

問題

以下の問1から問5までのすべての問題を解き、所定の解答用紙に解答せよ。

解答には答えだけでなく、答えを導いた際の過程も記述すること。

<解答用紙：同じB4サイズの解答用紙（罫なし）5枚>

問1. 不等式 $\log_2 x < \log_4(4x + 5)$ を解け。

問2. $\triangle ABC$ において、辺 AB を $2:3$ に内分する点を D とし、線分 CD を $2:1$ に内分する点を E とする。このとき以下の設問に答えよ。

- (1) 直線 AE と辺 BC との交点を F とするとき、 $AE:EF$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CEF$ の面積比を求めよ。

問3. 白球3個と赤球4個が入っている袋から同時に3個の球を取り出す。以下の設問に答えよ。

- (1) 取り出した3個の球に含まれる白球がちょうど2個である確率を求めよ。
- (2) 取り出した3個の球における白球の個数の期待値を求めよ。

問4. $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$, $BC = 1$ である二等辺三角形 ABC において、辺 AC 上に $BD = 1$ となる点 D をとるとき、以下の設問に答えよ。

- (1) $\angle ABD$ を求めよ。
- (2) CD を求めよ。
- (3) $\cos 72^\circ$ を求めよ。

問5. すべての正の実数 x に対して、 $e^x > x^2$ が成立することを示せ。