

次の5問題を1題ごとに1枚の解答用紙を用いて解答せよ。

1. 円に内接する四角形 ABCD があり, 対角線 AC はこの円の中心を通る。AB = 2, DA = 3, $\cos \angle BAD = \frac{1}{3}$ のとき, 以下の設問に答えよ。

- (1) BD を求めよ。
- (2) AC を求めよ。
- (3) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。

2. 座標平面上の点 $P(a, b)$ が直線 $y = 3$ 上を動くとき, 点 $Q\left(\frac{3a}{a^2 + b^2}, \frac{3b}{a^2 + b^2}\right)$ が描く軌跡を座標平面上に図示せよ。

3. 1個のさいころを何回か投げる操作を考え, 1の目が4回出たらこの操作を終了する。 $n \geq 4$ として, n 回目はこの操作が終了する確率を p_n とするとき, 以下の設問に答えよ。

- (1) p_n を n の式で表せ。
- (2) p_n が最大となるような n の値を求めよ。

4. 点 $O(0, 0, 0)$ を原点とする座標空間に, 点 $A(3, 2, 1)$, $B(5, 6, 4)$, $C(4, 6, 2)$ が与えられている。このとき, 以下の設問に答えよ。

- (1) \vec{AB} , \vec{AC} の両方に直交する, 大きさ1のベクトルをひとつ求めよ。
- (2) 原点 O を通る直線が3点 A , B , C の定める平面と垂直に交わる時, その交点の座標を求めよ。

5. 座標平面上の2曲線 $C_1: y = \sqrt{x}$, $C_2: y = \frac{e}{2} \log x$ について, 以下の設問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = \sqrt{x} - \frac{e}{2} \log x$ の極値を調べることで, 2曲線 C_1 , C_2 は点 (e^2, e) のみを共有点として持つことを示せ。
- (2) 2曲線 C_1 , C_2 および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

解答用紙

問1. }
問2. }
問3. } …A4判(横書き) 罫なし各1枚
問4. }
問5. }