

現代教養学部 情報数理科学科

数学 1/1

受験番号

以下の5問題を1題ごとに1枚の解答用紙を用いて解答せよ。

1. x が実数全体を動くとき $\sin x + \cos 2x$ の最大値と最小値を求めよ。
2. xy 平面において $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ で定義される円を C とする。点 $(1, 0)$ を通る直線 ℓ は C と2点で交わり、その2交点の間の距離は2である。このとき直線 ℓ の方程式を求めよ。
3. 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ ($n \geq 1$) で定める。
 - (1) 一般項 a_n を求めよ。
 - (2) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。
 - (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。
4. 三角形 ABC において、辺 AB を $2:1$ に内分する点を P 、辺 AC を $3:1$ に内分する点を Q として、線分 BQ と線分 CP の交点を R とし、また、2点 A, R を通る直線と線分 BC の交点を S とする。このとき以下の設問に答えよ。
 - (1) $\overrightarrow{AR}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
 - (2) $AR:RS$ を求めよ。
5.
 - (1) 曲線 $y = \log x$ の点 $(1, 0)$ における接線の方程式を求めよ。
 - (2) 曲線 $y = \log x$ と2直線 $x = e, y = 0$ で囲まれた部分を A とするとき、 A の面積を求めよ。
 - (3) A を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。
 - (4) A を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

問1

ねらい 三角関数で表される関数の最大・最小を求める問題である。倍角の公式を用いて二次関数の最大・最小値問題に帰着する。

解答 $\sin x + \cos 2x = -2\sin^2 x + \sin x + 1$ より $t = \sin x$ とおくと

$$\sin x + \cos 2x = -2t^2 + t + 1 = -2\left(t - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

$-1 \leq t \leq 1$ なので、この範囲において上記の関数は $t = 1/4$ のとき最大値 $9/8$ をとり、 $t = -1$ のとき最小値 -2 をとる。□

問2

ねらい 図形と方程式に関する問題である。点と直線の距離の公式を用いて条件を満たす直線を決定する。

解答 ℓ の傾きを m とする。 C の半径は 2 であるから、 ℓ と C の 2 交点および C の中心を頂点とする三角形は一辺の長さが 2 の正三角形である。よって C の中心 $(-1, 3)$ と $\ell: y = m(x - 1)$ の距離は $\sqrt{3}$ であるから、

$$\frac{|2m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{3} \iff (2m + 3)^2 = 3(m^2 + 1) \iff m = -6 \pm \sqrt{30}$$

よって ℓ の方程式は $y = (-6 \pm \sqrt{30})(x - 1)$ である。□

問3

ねらい 与えられた漸化式から等比数列を作り、一般項等を計算する問題である。

解答 (1): $a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$ より

$$a_n - 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (a_1 - 2) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \implies a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

(2):

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left(2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}\right) = 2n - \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2(n-1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

(3): $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right) = 2$ □

問4

ねらい 平面ベクトルに関する基本的な問題である。内分点の公式を用いて計算する。

解答 (1): $PR : RC = 1 - s : s$, $BR : RQ = 1 - t : t$ とすると, $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ より

$$\overrightarrow{AR} = \frac{2}{3}s\overrightarrow{AB} + (1-s)\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(1-t)\overrightarrow{AC} \implies \begin{cases} \frac{2}{3}s = t \\ 1-s = \frac{3}{4}(1-t) \end{cases}$$

これより $s = \frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{3}$ となるので, $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ である。

(2): $\overrightarrow{AR} = \frac{5}{6}\left(\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{5}{6}\overrightarrow{AS}$ より $AR : RS = 5 : 1$ である。 □

問5

ねらい 微分法および積分法に関する計算問題である。

解答 (1): $y' = \frac{1}{x}$ より求める接線の方程式は $y = \frac{1}{1} \cdot (x - 1) = x - 1$ である。

(2):

$$\int_1^e \log x \, dx = [x \log x - x]_1^e = 1$$

(3):

$$\pi \int_1^e (\log x)^2 \, dx = \pi \left([x(\log x)^2]_1^e - 2 \int_1^e \log x \, dx \right) = \pi(e - 2[x \log x - x]_1^e) = \pi(e - 2)$$

(4):

$$\pi e^2 - \pi \int_0^1 e^{2y} dy = \pi e^2 - \pi \left[\frac{1}{2} e^{2y} \right]_0^1 = \pi e^2 - \pi \left(\frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}(e^2 + 1)$$

□

2026 年度 外国人留学生 （情報数理科学科） 解答用紙一覧

情報数理科学科

解答用紙

- 1.
 - 2.
 - 3.
 - 4.
 - 5
- … B4 判（横書き）罫なし各 1 枚